DS 7 : Corrigé.

<u>Exercice 1</u>

1° $\overrightarrow{AB}(6;3)$; $\overrightarrow{CD}(4;2)$ donc $det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=\begin{vmatrix}6 & 4\\ 3 & 2\end{vmatrix}=12-12=0$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et les droites $\boxed{(AB)\ et\ (CD)\ \text{sont parallèles}}$.

2° $AB=\sqrt{(3+3)^2+(4-1)^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}$

$AC=\sqrt{(-1+3)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$ $BC=\sqrt{(-1-3)^2+(-3-4)^2}=\sqrt{16+49}=\sqrt{65}$

Comme $AB^2+AC^2=45+20=65=BC^2$ selon le théorème de Pythagore, le triangle $\boxed{ABC\ \text{est rectangle en A}}$.

3° $\overrightarrow{AB}(6;3)$; $\overrightarrow{AE}\left(8;\frac{9}{2}\right)$ donc $det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)=\begin{vmatrix}6 & 8\\ 3 & 4,5\end{vmatrix}=27-24=3\neq 0$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ ne sont pas colinéaires, donc $\boxed{A,\ B\ et\ E\ \text{ne sont pas alignés}}$.

4° $C,D\ et\ F\ alignés\ si\ det\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CF}\right)=0$. Or $\overrightarrow{CD}(4;2)$ et $\overrightarrow{CF}(x+1;3)$

$det\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CF}\right)=0$ si $\begin{vmatrix}4 & x+1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow 12-2(x+1)=0\Leftrightarrow 10-2x=0$

Donc $C,D\ et\ F\ alignés\ si\ \boxed{x=5}$

5° G sur l'axe des ordonnées donc $G(0;y)$.

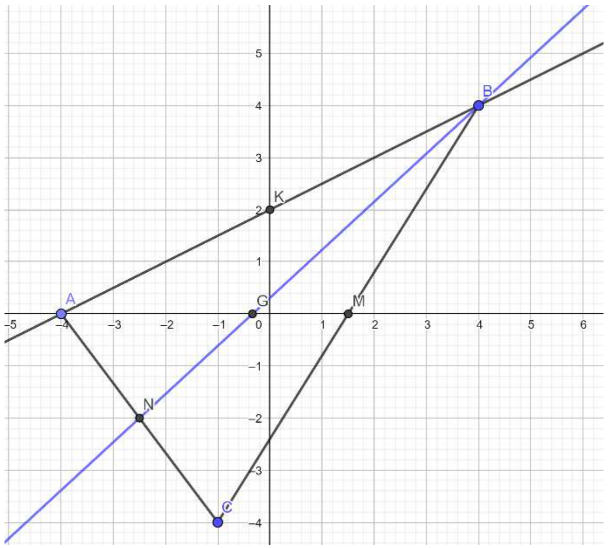
G sur (AB) donc $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AB}$ colinéaires donc :

$\begin{vmatrix}3 & 6\\ y-1 & 3\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow 9-6(y-1)=0$

donc $15-6y=0$

$donc\ \ y=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$

Donc $\boxed{G\left(\frac{5}{2};0\right)}$



<u>Exercice 2</u>

2° $M\left(\frac{4-1}{2};\frac{4-4}{2}\right)\Rightarrow M\left(\frac{3}{2};0\right)$

$MA=\sqrt{\left(-4-\frac{3}{2}\right)^2+0}=\frac{11}{2}=5,5$ $MB=\sqrt{\left(4-\frac{3}{2}\right)^2+4^2}=\frac{\sqrt{89}}{2}$

Comme $MB\approx 4,72$, $MA\neq MB$

$\boxed{\text{donc } A\ et\ B \text{ ne sont pas sur un même cercle de centre } M}$.

3° a. Un point de coordonnées $(0;y)$ est sur l'axe des ordonnées.

b. K sur l'axe des ordonnées donc $K(0;y)$.

K sur (AB) donc $\det\left(\overrightarrow{AK},\overrightarrow{AB}\right)=0$. Donc $\begin{vmatrix}4 & 8\\ y & 4\end{vmatrix}=0$

Donc $16-8y=0\Leftrightarrow 8y=16\Leftrightarrow\ y=2$. Donc $\boxed{K(0;2)}$.

c. Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées : $\left(\frac{-4+4}{2};\frac{0+4}{2}\right)=(0;2)$

$\boxed{K \text{ est donc le milieu de } [AB]}$.

4° a. $N\left(\frac{-4-1}{2};\frac{0-4}{2}\right)\Rightarrow N\left(-\frac{5}{2};-2\right)$

b. G sur l'axe des abscisses donc $G(x;0)$

$B,G\ et\ N\ alignés\ donc\ \det\left(\overrightarrow{BG},\overrightarrow{BN}\right)=0$ donc $\begin{vmatrix}x-4 & -6,5\\ -4 & -6\end{vmatrix}=0$

Donc : $-6x+24-26=0\Rightarrow x=\frac{-2}{6}=\frac{-1}{3}$. $\boxed{G\left(\frac{-1}{3};0\right)}$

c. G est un point de (AM) médiane issue de A du triangle ABC et G est aussi un point de (BN) médiane de ce même triangle. G est donc le centre de gravité de ce triangle et est situé sur la troisième médiane (CK)

$\boxed{\text{Les points } C,G\ et\ K \text{ sont alignés}}$.