Auto-Evaluation 5 : Résolution d'inéquation en utilisant les tableaux de signes.

1° a. Compléter le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
signe de $4x-5$	-	0	+

b. Résoudre alors l'inéquation : $4x-5 \geq 0$

$$S = \left[\frac{5}{4}; +\infty[$$

2° a. Compléter le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
signe de $-4x+12$	+	0	-

b. Résoudre alors l'inéquation : $-4x+12 \geq 0$

$$S =]-\infty; 3]$$

3°

a. Compléter le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
signe de $2x-10$	-	-	0	+
signe de $-x+1$	+	0	-	-
Signe de $(2x-10)(-x+1)$	-	0	+	-

b. Résoudre alors l'inéquation $(2x-10)(-x+1) \leq 0$

$$S =]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$$

4° Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
signe de $-x+4$	+	+	0	-
signe de $-x+3$	+	0	-	-
Signe de $(-x+4)(-x+3)$	+	0	-	+

Résoudre alors : $(-x+4)(-x+3) \geq 0$ $S =]-\infty; 3] \cup [4; +\infty[$

5° a. Compléter :

$$\begin{aligned} (x+3)(2x-5) < (x+3)(x-7) &\Leftrightarrow (x+3)(2x-5) - (x+3)(x-7) < 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)[2x-5-(x-7)] < 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)(2x-5-x+7) < 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)(x+2) < 0 \end{aligned}$$

b. Compléter le tableau de signes :

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
signe de $x+3$	-	0	+	+
signe de $x+2$	-	-	0	+
Signe de $(x+3)(x+2)$	+	0	-	+

c. Résoudre $(x+3)(2x-5) < (x+3)(x-7)$

$$S =]-3; -2[$$

6° Résoudre de même : $(3x+2)^2 > 36$ (On peut s'aider de l'Exercice 5 B. du cours)

$$\begin{aligned} (3x+2)^2 > 36 &\Leftrightarrow (3x+2)^2 - 6^2 > 0 \\ &\Leftrightarrow (3x+2+6)(3x+2-6) > 0 \\ &\Leftrightarrow (3x+8)(3x-4) > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x+8=0 &\Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \\ 3x-4=0 &\Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$-8/3$	$4/3$	$+\infty$
signe de $3x+8$	-	0	+	+
signe de $3x-4$	-	-	0	+
Signe de $(3x+8)(3x-4)$	+	0	-	+

Donc comme on cherche quand $(3x+8)(3x-4) > 0$ on a :

$$S =]-\infty; -8/3[\cup]4/3; +\infty[$$