**Auto-Évaluation 7 : Révisions sur les vecteurs colinéaires.**

## A. Déterminant de deux vecteurs

Si $\vec{u}(x;y)$ $et$ $\vec{u'}(x';y')$ on note :

$\det(\vec{u};\vec{u'}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$ le déterminant de ces deux vecteurs.

Exemples : Si $\vec{u}(4;5)$ ; $\vec{v}(1;3)$ $et$ $\vec{w}(-2;6)$

$\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 4\times 3 - 5\times 1 = 7$ $\det(\vec{u},\vec{w}) = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 4\times 6 - 5\times(-2) = 34$

**Exercice 1.** On donne $\vec{u}(1;3)$ ; $\vec{v}(-2;4)$ $et$ $\vec{w}(-6;-5)$

$\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 3\times(2) = 10$ $\det(\vec{u},\vec{w}) = \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -5+18 = 13$

$\det(\vec{v};\vec{w}) = \begin{vmatrix} -2 & -6 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 10-(-24) = 34$

## B. Condition de colinéarité de deux vecteurs.

$\boxed{\vec{u} \; et \; \vec{v} \; sont \; colinéaires \Leftrightarrow \det(\vec{u};\vec{v}) = 0}$

**Exercice 2** On donne $\vec{u}(1;3)$ ; $\vec{v}(-2;-5)$ $et$ $\vec{w}\left(3;\dfrac{15}{2}\right)$

1° Les vecteurs $\vec{u}$ $et$ $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

2° Les vecteurs $\vec{v}$ $et$ $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?

**1°**

$\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -5-(-6) = 1 \neq 0$

**Donc** $\vec{u}$ $et$ $\vec{v}$ non colinéaires

**2°** $\det(\vec{v};\vec{w}) = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -5 & \dfrac{15}{2} \end{vmatrix} = -15+15 = 0$

**Donc** $\vec{v}$ $et$ $\vec{w}$ colinéaires

## C. Application au parallélisme et à l'alignement.

Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles si et seulement si $\det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}) = 0$

Les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = 0$

**Exercice 3**

On donne $I(-8;8)$ ; $J(3;1)$ ; $K(-4;2)$ ; $L(4;-3)$ et $M\left(-8;\dfrac{9}{2}\right)$

1° Les points K, L et M sont-ils alignés ?

2° Les droites (IJ) et (KL) sont-elles parallèles ?

**1°** $\overrightarrow{KL}(4-(-4);-3-2) \Rightarrow \overrightarrow{KL}(8;-5)$

$\overrightarrow{KM}(-8-(-4);4,5-2) \Rightarrow \overrightarrow{KM}(-4;2,5)$

$\det(\overrightarrow{KL};\overrightarrow{KM}) = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 2,5 \end{vmatrix} = 20-20 = 0$ **. Donc** $\overrightarrow{KL}$ $et$ $\overrightarrow{KM}$ **colinéaires et les points K, L et M sont alignés**

**2°** $\overrightarrow{IJ}(3+8;1-8) \Rightarrow \overrightarrow{IJ}(11;-7)$ et $\overrightarrow{KL}(8;-5)$

$\det(\overrightarrow{IJ};\overrightarrow{KL}) = \begin{vmatrix} 11 & 8 \\ -7 & -5 \end{vmatrix} = -55+56 = 1 \neq 0$. **Donc** $\overrightarrow{IJ}$ $et$ $\overrightarrow{KL}$ non colinéaires.

Donc les droites (IJ) ,et (KL) ne sont pas parallèles

**Exercice 4**

Dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ on donne $A(-3;-2)$ $et$ $B(6,1)$

1° Soit $I(x;0)$ où $x$ désigne un nombre réel. A quelle droite appartient le point $I$ ?

Déterminer le réel $x$ tels que les points $A, B$ $et$ $I$ soient alignés

2° Déterminer par une méthode similaire les coordonnées du point $J$ intersection de la droite $(AB)$ avec l'axe des ordonnées.

**1° I** appartient à l'axe des abscisses

$A, B$ $et$ $I$ alignés $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ $et$ $\overrightarrow{AI}$ colinéaires.

Or $\overrightarrow{AB}(6-(-3);1-(-2)) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(9;3)$ et $\overrightarrow{AI}(x+3;2)$

$A, B$ $et$ $I$ alignés $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 9 & x+3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 18-3(x+3) = 0$

$\Leftrightarrow -3x = -9 \Leftrightarrow \boxed{x=3}$

**2°** J le point d'intersection étant sur l'axe des ordonnées alors $J\left(0;y\right)$

$A,B$ *et* $J$ *alignés* $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AJ}$ *colinéaires*

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 9 & 3 \\ 3 & y+2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 9y+18-9=0$$

$$\Leftrightarrow 9y=-9 \Leftrightarrow \boxed{y=-1}$$

Donc $\boxed{J\left(0;-1\right)}$

Vérification :