Chapitre 3 : Calculs algébriques.

A. Développement d'une expression algébrique

Définition : Développer un produit signifie écrire ce produit sous forme d'une somme.

Quels que soient les réels k, a, b, c et d, on a :

$$\boxed{k(a+b)=ka+kb}$$

$$\boxed{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}$$

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$A(x)=(2x-3)(x+1)$

$B(x)=3(2x+3)-(x-5)(x+2)$

$C(x)=(x-2)(2x^2-3x+5)$

$$\begin{aligned}A(x)&=(2x-3)(x+1)\\&=2x^2+2x-3x-3\\&=2x^2-x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B(x)&=3(2x+3)-(x-5)(x+2)\\&=6x+9-(x^2+2x-5x-10)\\&=6x+9-x^2-2x+5x+10\\&=-x^2+9x+19\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C(x)&=(x-2)(2x^2-3x+5)\\&=2x^3-3x^2+5x-4x^2+6x-10\\&=2x^3-7x^2+11x-10\end{aligned}$$

B. Factorisation d'une expression algébrique

Définition : Factoriser une somme signifie écrire cette somme sous la forme d'un produit.

Formule : $\boxed{ka+kb=k(a+b)}$

Remarque : Quand on écrit $3x-5x=-2x$ on a « compté les x » mais on peut aussi dire que l'on a mis x en facteur : $3x-5x=x(3-5)=-2x$

Exercice 2

1° Factoriser les expressions suivantes :

$A(x)=3x^2-5x$

$B(x)=(2x-3)(x+1)-3(2x-3)$

$C(x)=(x-5)(2x+1)-(x+3)(x-5)$

$D(x)=x-2-(x-2)(x+2)$

2° Vérification : Pour $C(x)$ développer l'expression initiale et l'expression factorisée en 1° afin de vérifier vos calculs

1°

$A(x)=3x^2-5x$

$\quad =x(3x-5)$

$B(x)=(2x-3)(x+1)-3(2x-3)$

$\quad =(2x-3)[x+1-3]$

$\quad =(x-3)(x-2)$

$C(x)=(x-5)(2x+1)-(x+3)(x-5)$

$\quad =(x-5)[(2x+1)-(x+3)]$

$\quad =(x-5)(2x+1-x-3)$

$\quad =(x-5)(x-2)$

$D(x)=x-2-(x-2)(x+2)$

$\quad =(x-2)[1-(x+2)]$

$\quad =(x-2)(1-x-2)$

$\quad =(x-2)(-x-1)$

2°

$C(x)=(x-5)(2x+1)-(x+3)(x-5)$

$\quad =2x^2+x-10x-5-\left(x^2-5x+3x-15\right)$

$\quad =2x^2+x-10x-5-x^2+5x-3x+15$

$\quad =x^2-7x+10$

Et aussi :

$C(x)=(x-5)(x-2)$

$\quad =x^2-2x-5x+10$

$\quad =x^2-7x+10$

On retrouve bien le même résultat