DM 3. Corrigé

Exercice 1

1°a

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$signe\ de\ -4x+3$		$+$	0	$-$	

b. $-4x+3>0$ si $x<\frac{3}{4}$. Donc : $\boxed{S=\left]-\infty;\frac{3}{4}\right[}$

2° a.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$signe\ de\ 4x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
$signe\ de\ -x+1$		$+$	0	$-$		$-$	
$Signe\ de\ (4x-8)(-x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b. $(4x-8)(-x+1)\leq 0$ pour $x\leq 1\ ou\ x\geq 2$. Donc : $\boxed{S=]-\infty;1]\cup[2;+\infty[}$

3° a.

$$\begin{aligned}25x^2-(3x+1)^2&=(5x)^2-(3x+1)^2\\&=[5x-(3x+1)][5x+(3x+1)]\\&=[5x-3x-1][5x+3x+1]=(2x-1)(8x+1)\end{aligned}$$

b. $2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\ et\ 8x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1}{8}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$signe\ de\ 2x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$signe\ de\ 8x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$Signe\ de\ (2x-1)(8x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$25x^2-(3x+1)^2<0 \Leftrightarrow (2x-1)(8x+1)<0$

Selon le tableau de signes ce produit est négatif entre $-\frac{1}{8}\ et\ \frac{1}{2}$: $\boxed{S=\left]-\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right[}$

4° a.

$$\begin{aligned}(3x+1)(x-2)<(x-2)(2x-3)&\Leftrightarrow(3x+1)(x-2)-(x-2)(2x-3)<0\\&\Leftrightarrow(x-2)[(3x+1)-(2x-3)]<0\\&\Leftrightarrow(x-2)(x+4)<0\end{aligned}$$

$x-2=0 \Leftrightarrow x=2\ et\ x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$signe\ de\ x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$signe\ de\ x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$Signe\ de\ (x-2)(x+4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$Donc$ $\boxed{S=]-4;2[}$

4° b.

$$9(x+3)^2 \geq (x+8)^2 \Leftrightarrow \left[3(x+3)\right]^2 - (x+8)^2 \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \left[3(x+3)-(x+8)\right]\left[3(x+3)+(x+8)\right] \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \left[3x+9-x-8\right]\left[3x+9+x+8\right] \geq 0$$
$$\Leftrightarrow (2x+1)(4x+17) \geq 0$$

$$2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \ et\ 4x+17=0 \Leftrightarrow x=-\frac{17}{4}$$

x	$-\infty$		$-\frac{17}{4}$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$signe\ de\ 2x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$signe\ de\ 4x+17$		$-$	0	$+$		$+$	
$Signe\ de\ (2x+1)(4x+17)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$Donc\ \boxed{S = \left]-\infty;-\frac{17}{4}\right] \cup \left[-\frac{1}{2};+\infty\right[}$$

Exercice 2

Partie A.

1° cas $x=2$

a. $EC=8-2=6$; $EF=12-2=10$

b. Aire du rectangle FECI : $6\times 10=60$ Dans ce cas l'aire du carré AGFH est 4.

$\boxed{\text{L'aire grisée est alors de 64.}}$

2° x réel quelconque de $[0;8]$

a. $EC=8-x\ et\ EF=12-x$

b. Aire du rectangle FICE : $(8-x)(12-x)=96-8x-12x+x^2=x^2-20x+96$

Aire du carré AGFH : x^2

Donc l'aire grisée est : $x^2-20x+96+x^2=\underline{2x^2-20x+96}$

Partie B.

1°

x	0	1	2	3	4	$\frac{9}{2}$	5	$\frac{11}{2}$	6	7	8
f(x)	96	78	64	54	48	46,5	46	46,5	48	54	64

2° Voir feuille 3

Partie C.

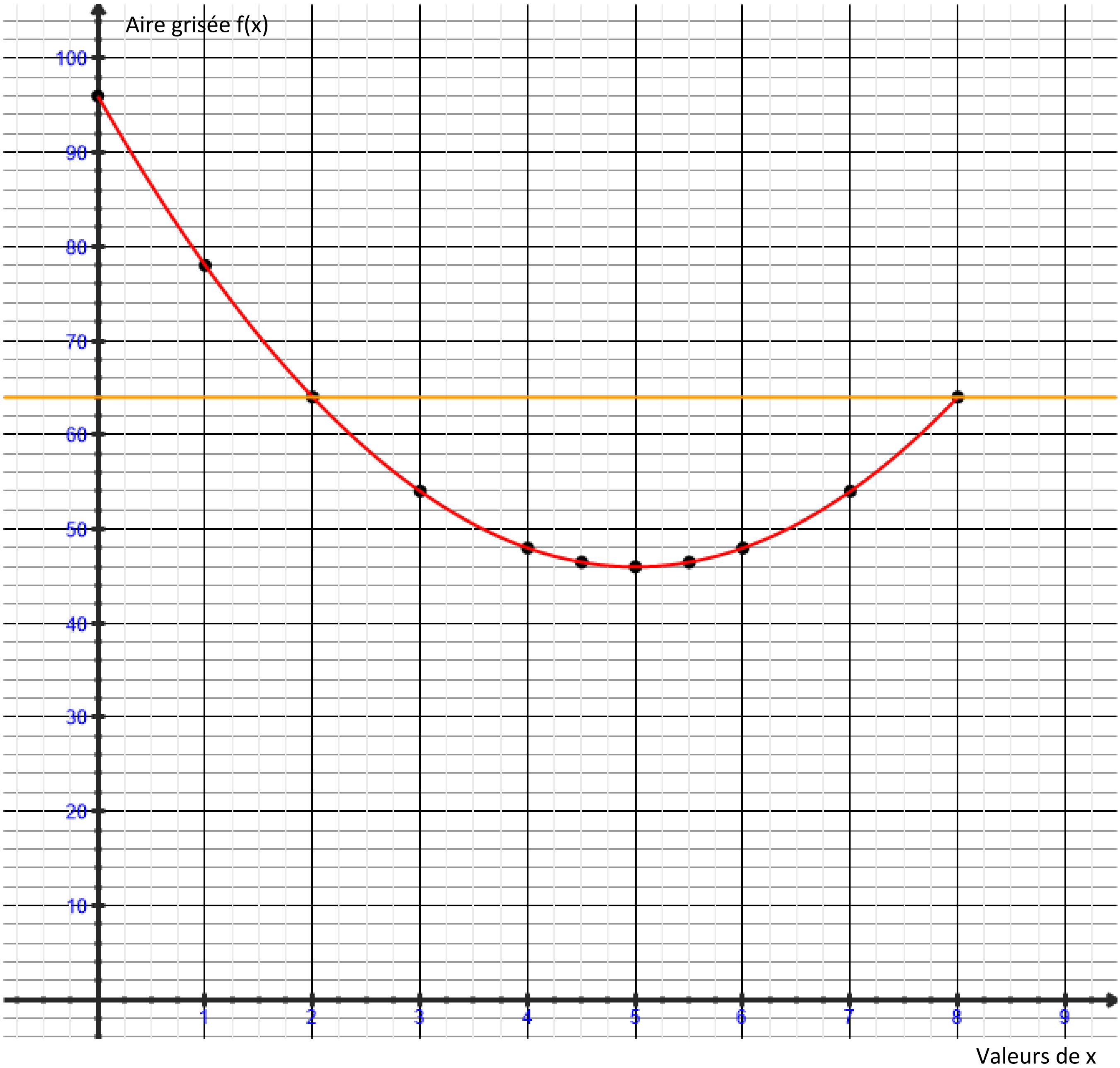
1° L'aire en gris est minimale selon le graphique pour x = 5. Ce minimum vaut 46.

L'aire du rectangle ABCD est $12\times 8=96$

On a $\frac{46}{96}\approx 0,4792$. $\boxed{\text{Dans ce cas l'aire grisée représente 47,92\% de l'aire du rectangle ABCD}}$.

2° Il faut calculer $\frac{2}{3}\times 96=64$

$\boxed{\text{Graphiquement } f(x)\leq 64 \text{ pour x compris entre 2 et 8}}$.



Aire grisée f(x)
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Valeurs de x