**TD 33. Corrigé.**

**Exercice 1**

| | |
|---|---|
| Si $a \leq 3$ alors $\boxed{\frac{1}{a} \geq \frac{1}{3}}$ | Si $a > \frac{1}{2}$ alors $\boxed{\frac{1}{a} < 2}$ |
| Si $\frac{1}{a} \geq 2$ alors $\boxed{a \leq \frac{1}{2}}$ | Si $\frac{1}{a} \leq \frac{2}{3}$ alors $\boxed{a \geq \frac{3}{2}}$ |

**Exercice 2**

1° $0 < a < 5$ donc $5 < a+5 < 10$ *donc* $\frac{1}{5} > \frac{1}{a+5} > \frac{1}{10}$ *donc* $\boxed{0,1 < \frac{1}{a+5} < 0,2}$

2° $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{3}$ donc $\frac{5}{4} < a+1 < \frac{4}{3}$ *donc* $\frac{4}{5} > \frac{1}{a+1} > \frac{3}{4}$ *donc* $\boxed{0,75 < \frac{1}{a+1} < 0,8}$

3° $3 < a < 4$ . Comme $x \to 5-x$ *est décroissante* $5-3 > 5-a > 5-4$

*donc* $2 > 5-a > 1$ *donc* $\frac{1}{2} < \frac{1}{5-a} < \frac{1}{1}$ *donc* $\boxed{0,5 < \frac{1}{5-a} < 1}$

4° $1 < a < 3$ donc $2 < a+1 < 4$ . Comme $x \to x^2$ *est croissante sur*

$4 < (a+1)^2 < 16$

Et donc $\frac{1}{4} > \frac{1}{(a+1)^2} > \frac{1}{16}$ . Ainsi : $\boxed{0,0625 < \frac{1}{(a+1)^2} < 0,25}$

**Exercice 3**

1° a. On a $A\left(4;\frac{1}{2}\right)$ *et* $A'\left(-4;-\frac{1}{2}\right)$ . Le milieu de $[AA']$ a pour coordonnées

$\left(\frac{4-4}{2};\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}{2}\right)$ soit $(0;0)$ .

b. $M\left(x;\frac{2}{x}\right)$ *et* $M'\left(-x;-\frac{2}{x}\right)$ . De même le milieu de $[MM']$ est le point O(0 ;0).

c. La représentation graphique de $f$ est symétrique par rapport au point $O$ .

2°

| $x$ | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 8 | 4 | 2,67 | 2 | 1 | 0,67 | 0,5 | 0,4 | 0,25 |

3° Voir le graphique

Par symétrie on obtient les neuf autres points :

$(-0,25;-8)$ ; $(-0,5;-4)$ ; $\cdots$ ; $(-8;-0,25)$ points en bleu sur le graphique.

4° a. $g$ est une fonction affine car de la forme $g(x) = ax+b$ avec $a = 1$ *et* $b = 0$

Sa représentation graphique est une droite.

$g(0) = 0$ *donc* $O(0;0)$ est un point de la droite.

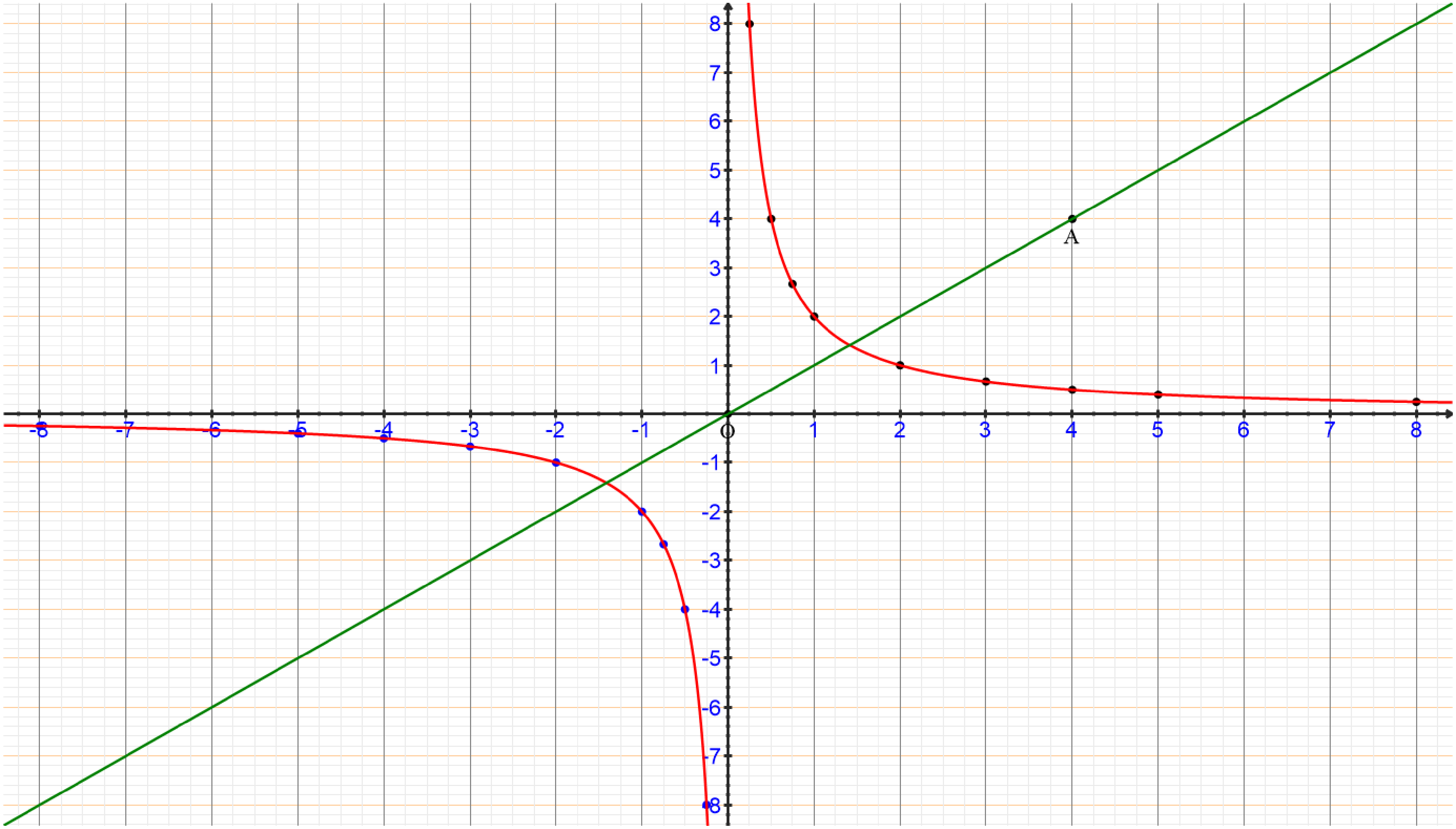
$g(4) = 4$ donc $A(4;4)$ est aussi un point de cette droite.

b. On trouve environ graphiquement : $S = \{-1,4;1,4\}$

c. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{x} = \frac{x}{1} \Leftrightarrow 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2$

Or selon le cours sur la fonction carré cette équation a deux solutions :

$\{\sqrt{2};-\sqrt{2}\}$


8
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
O
1
2
3
4
5
6
7
8
A