TG 11 Corrigé.

Exercice 1

1° $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5;\dfrac{5}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\dfrac{15}{2};5\end{pmatrix}$ $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\begin{vmatrix}5 & \dfrac{15}{2}\\ \dfrac{5}{2} & 5\end{vmatrix}=25-\dfrac{75}{4}=\dfrac{25}{4}\neq 0$ donc

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires. $\boxed{\text{Donc } A,\ B \text{ et } C \text{ non alignés}}$.

2° a. $D(0;y)$ donc D est un point de l'axe des ordonnées.

b. $A,\ B \text{ et } D \text{ alignés} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\ 5/2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}4\\ y\end{pmatrix}$ colinéaires

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix}5 & 4\\ 5/2 & y\end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 5y-10=0 \Leftrightarrow y=2$

A, B et D alignés si $D(0;2)$

Exercice 2

1° $A'\left(\dfrac{2-4}{2};\dfrac{4-4}{2}\right)\Rightarrow A'(-1;0)$.

2° a. $AB=\sqrt{(2+6)^2+4^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$

$AC=\sqrt{(-4+6)^2+(-4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$

$BC=\sqrt{(-4-2)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$

b. Comme $AB^2+AC^2=80+20=100=BC^2$ selon le théorème de Pythagore le triangle $\boxed{\text{ABC est un triangle rectangle en A}}$.

3° A' étant le milieu de $[BC]$ $A'B=A'C=\dfrac{BC}{2}=5$

Et $A'A=\sqrt{(-1+6)^2+\left(0^2\right)}=\sqrt{25}=5$

Les points $A,\ B$ et C sont à une distance de 5 du point A', ils appartiennent.

donc au cercle de centre A' et de rayon 5.

b. $A'D=\sqrt{(-2+1)^2+(5-0)^2}=\sqrt{26}\neq 5$ $\boxed{\text{Donc } D \text{ n'est pas sur le cercle}}$.

c. $\overrightarrow{AD}(-2+6;5)\Rightarrow \overrightarrow{AD}(4;5)$; $\overrightarrow{BC}(-6;-8)$

Donc $\det\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right)=\begin{vmatrix}4 & -6\\ 5 & -8\end{vmatrix}=-32+30=-2\neq 0$

$\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ non colinéaires et les droites $\boxed{(AD) \text{ et } (BC) \text{ non parallèles}}$

4° $C'\left(\dfrac{-6+2}{2};\dfrac{0+4}{2}\right)\Rightarrow C'(-2;2)$

5° a. $G(x;0)$ donc G est un point de l'axe des abscisses.

b. C ,G et C' alignés $\Leftrightarrow \overrightarrow{CG}\begin{pmatrix}x+4\\ 4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CC'}\begin{pmatrix}2\\ 6\end{pmatrix}$ colinéaires

En calculant le déterminant on obtient : $6(x+4)-8=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-8}{3}$. $G\left(\dfrac{-8}{3};0\right)$

c. $B'\left(\dfrac{-6-4}{2};\dfrac{0-4}{2}\right)\Rightarrow B'(-5;-2)$

$G\in(BB')\Leftrightarrow \overrightarrow{BG}\begin{pmatrix}-14/3\\ -4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BB'}\begin{pmatrix}-7\\ -6\end{pmatrix}$ colinéaires

$\det\left(\overrightarrow{BG},\overrightarrow{BB'}\right)=6\times\dfrac{14}{3}-28=0$. Donc G est un point de (BB')

d. G est le point d'intersection des trois médianes.

$\boxed{\text{G est le centre de gravité du triangle}}$.